

Esercizio 7.11 Siano a, b numeri interi maggiori di 1. Supponiamo che essi siano coprimi. Sia p un fattore primo di a . Allora, poiché p divide a , e per ipotesi a, b non hanno divisori comuni diversi da 1 e -1 , p non può essere un fattore primo di b . Ciò prova che a, b non hanno fattori primi in comune.

Viceversa, supponiamo che ciò sia vero. Sia d un divisore comune positivo di a, b . Se fosse $d > 1$, allora per il Teorema fondamentale dell'aritmetica sarebbe divisibile per un numero primo (positivo) p , che allora, per transitività, dividerebbe entrambi a e b , il che, tuttavia, è escluso dalla nostra corrente ipotesi. Pertanto deve essere necessariamente $d = 1$. Questo è l'unico divisore positivo comune ad a e b . L'unico divisore comune negativo è quindi -1 .